Podstata speciální teorie relativity (STR)

O čem je STR?

Speciální teorie relativity řeší otázku, jakou realitu naměří přítel ve vlaku, když vím, jakou realitu naměřím já a znám rychlost W vlaku přítele.

Jak to bylo zatím?

V ***klasické*** mechanice (Newton, Galileo) se předpokládá, že ***čas je na prostoru nezávislý*** a plyne oběma stejně. Z toho by plynulo:

- nastaly-li dva výbuchy na začátku a konci vlaku současně pro mne, budou současné i pro něj
- změří-li on svůj vlak, dostane stejnou délku jako já ze současně spuštěných kamer podél trati
- doba cesty vlakem mezi dvěma místy trvá pro něj stejně dlouho, jak to naměřím já
- rychlosti, které po své trase naměří on, jsou o W menší než ty, které naměřím já.

Pro malé rychlosti vlaku (mnohem menší než ***světelná rychlost*** c $\approx$ 300 000 km/s) je vše v pořádku a je to s postačující přesností ověřeno každodenní praxí. Např.
pro mne: **já** jsem v klidu (rychlost 0), **on** jede rychlostí W, předjíždí ho **rychlík** s rychlostí U.
Pro něj: **já** mu mizím dozadu rychlostí $-W$, **on** je v klidu (rychlost 0) a **rychlík** má rychlost jen $U - W$.

Co je teď nového?

S postupem času se však zjistilo, že pro rychlosti srovnatelné s c je tomu jinak. Existuje rychlost – ***světelná rychlost***, tj. světla ve vakuu – která je nezávislá na zdroji světla a jeho pohybu (světlo ze Země, ze Slunce, ze Siria) i na směru letu světla, a je táž pro mne i pro cestujícího (nikoli o W menší).[1]

Všechno to šlo vyložit jen pomocí dvou předpokladů zároveň:

- že pohybující se předmět se zkracuje (Lorentzova „kontrakce délek“)
- že čas pohybujícímu se předmětu plyne pomaleji (Lorentzova „dilatace času“).

Einstein jako první pochopil, že tyto odchylky (kontrakce délek, dilatace času) jsou nikoli vlastností materiálů a světla, ale vlastností prostoru a času – prostoročasu. V něm je pro mne i přítele společný nikoli čas (současnost, formálně „nekonečně velká rychlost"), ale jistá konečná rychlost, totiž c.

Co je podstatou STR a co z ní plyne?

STR vychází ze dvou předpokladů:

- Fyzikální zákony pro mne (S) i přítele z vlaku (S') mají stejný tvar („nikdo není privilegován“, neexistuje žádná privilegovaná soustava „absolutní prostor“ + „absolutní čas“)

---

[1])Již klasická měření z přelomu 19. a 20. století byla provedena pro $W = \pm$ 30 km/s (oběh Země kolem Slunce) s přesností zcela přesvědčivou. Současná nesrovnatelně dokonalejší technika to plně potvrzuje se všemi důsledky. Např.

- 1964: piony π s rychlostí $W =$ 0,999 975 c emitovaly fotony opět s rychlostí c, a nikoli $c \pm W$;
- rychlým mionům μ z kosmického záření plyne čas natolik pomaleji, že od místa svého vzniku uletí dráhu k nám během našich 60 μs, ač mají samy poločas rozpadu 2,2 μs;
- 2010: pokus Hafele – Keating, přesné atomové hodiny by za letu kolem Země dle teorie relativity (obecné + speciální) měly získat oproti stojícím (246 ± 3) ns, naměřeno bylo (230 ± 20) ns. Klasicky by ovšem mělo být 0 ns.

- Světelná rychlost c je pro nás oba stejně veliká ($c' = c$ nezávisle na naší vzájemné rychlosti W, ani na směru světla).

Z nich však plynou mj. následující důsledky (rozdílné od klasických):

- dva výbuchy na začátku A a konci Z vlaku současné pro mne ($t_A = t_Z$) nejsou současné pro něj ($t'_A < t'_Z$)
- jeho délka l' vlaku je větší, než moje l (z kamer podél trati spuštěných podle mne současně)
- doba jízdy vlakem mezi dvěma stanicemi je pro něj (T‘) kratší, než ji naměřím já: $T' < T$.
- rychlosti U, U' jiného vlaku, jak je naměříme on a já, se neliší o W, ale složitěji. Mj., žádná z nich nepřekročí c.

Jak to popsat a jak se v tom vyznat bez matematiky?

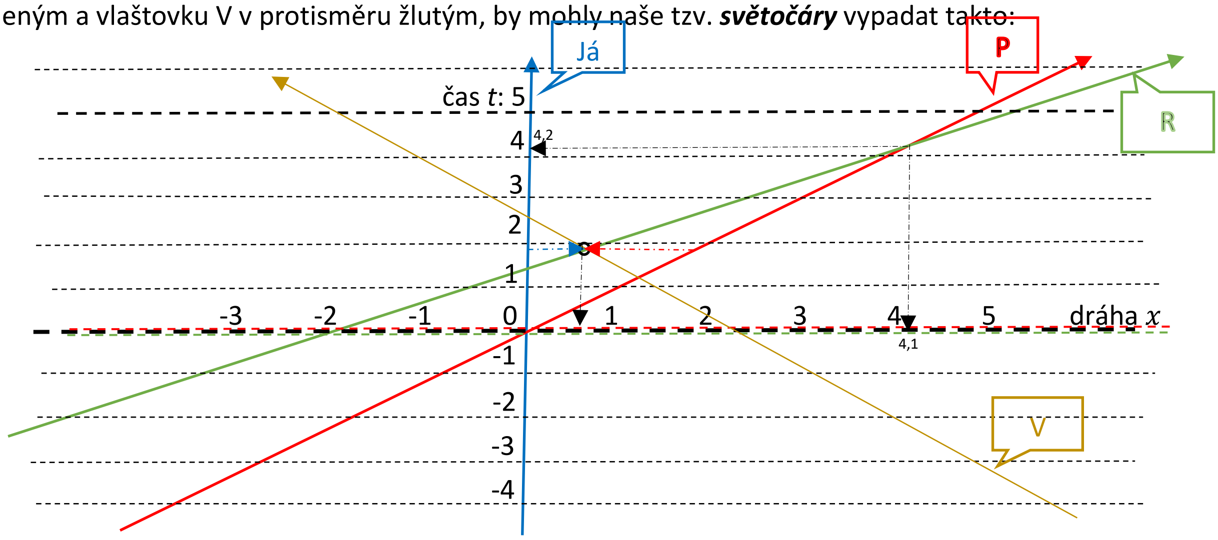
Ukážeme grafický postup.

Pro jednoduchost se omezíme na 1D pohyb („po kolejích vlaku“; vlaky se samozřejmě míjejí bez katastrofy). Podél trasy jsou kamery a dělají v pravidelných intervalech současně snímky; ty spojíme vedle sebe a pak zakládáme za sebe jako do archivu tak, jak časy snímků rostou.

K charakteristice „současné“ pro dvě události ($t_A = t_Z$) zavedeme i „soumístné“ ($x_A = x_Z$), např. obě nastaly dva metry přede mnou nebo v přítelově pravé ruce. Je zřejmé, že soumístnost je relativní (závisí na tom, pro koho): objednání O, vypití V a zaplacení Z kávy nastalo soumístně vůči příteli ve vlaku: $x'_O = x'_V = x'_Z$, nikoli však soumístně vůči mně: $x_O < x_V < x_Z$, protože čas nám oběma běží ($t_O < t_V < t_Z$, a také $t'_O < t'_V < t'_Z$) a vlak mezitím o něco popojel. Naproti tomu „současnost“ není v klasické fyzice relativní, ale absolutní (nezávisí na tom, kdo to měří).

„Archiv fotek“

Vytvořme si tedy archiv snímků cesty a prohlížejme si ho. V trojrozměrné krabici s filmy budeme mít uloženy dvojrozměrné snímky – pruhy (s výškou nahoru a délkou ve směru jízdy vlaku). Hloubka dozadu bude udávat čas snímku. Při pohledu na archiv shora, pokud bychom pro jednoduchost vše vyznačili pouhými bodu: mne (J) modrým, přítele (P) červeným, řidiče (R) rychlíku zeleným a vlaštovku V v protisměru žlutým, by mohly naše tzv. ***světočáry*** vypadat takto:



Soumístnost značíme plnou barevnou čarou, současnost čárkovaně; protože však je stejná pro všechny zúčastněné, značíme ji černě (jen okamžik 0 jsme vyznačili čarami všech barev). Je vidět, že přítele jsme potkali v místě 0 v čase 0, rychlík v čase 1,5, vlaštovku v čase 2,5. Rychlík a přítel se setkali v místě asi 4,1 a v čase asi 4,2. (Obrázek v prezentaci má trochu jiné číselné hodnoty.)

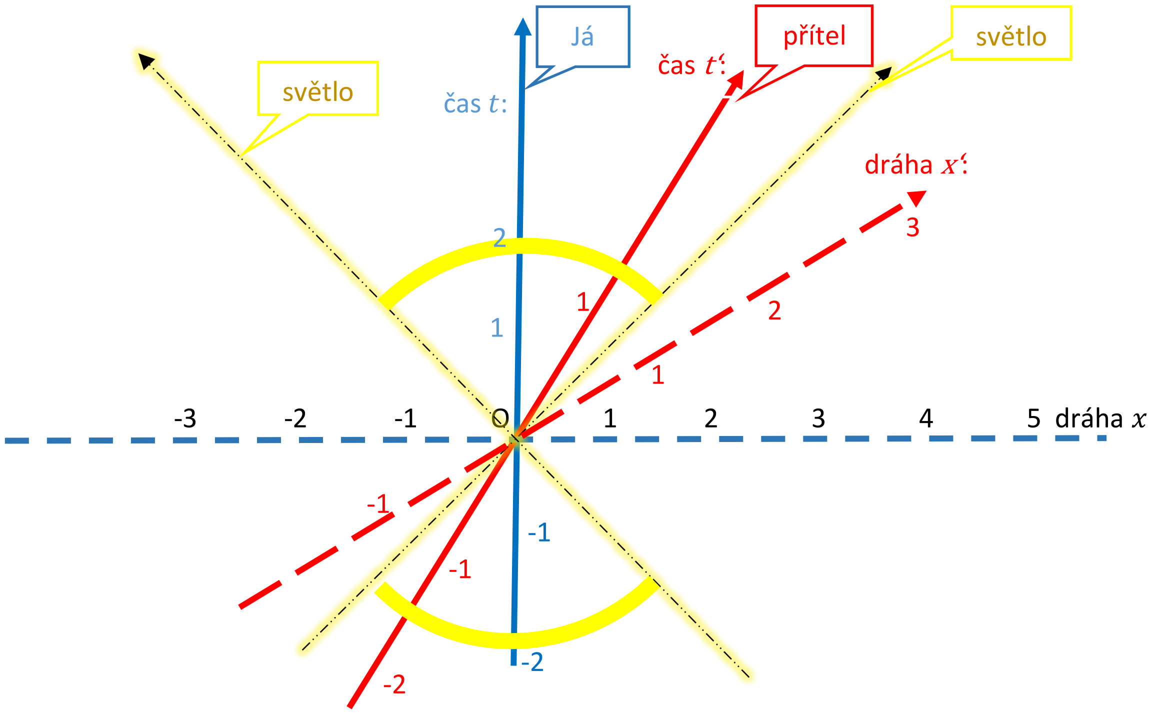
Je vidět, že sklon plné čáry udává rychlost pohybu: svislice je klid (rychlost 0), šikmá je tím rychlejší, čím bližší vodorovné. Čárkované vodorovné čáry – současnost – odpovídají formálně rychlosti nekonečné, ∞.

Čerchované rovnoběžky s čárkovanou čarou (osou x) nám vytínají čas t, protože značí současnost. Čerchované rovnoběžky s příslušnou plnou čarou (osou t) zase určují polohu vůči mně (J), příteli (P), řidiči (R) rychlíku či vlaštovce (V): vlaštovka minula rychlík v čase 1,9 a na souřadnici 0,7 přede mnou, -1,2 pro přítele (záporné znaménko, tedy za ním), jak ukazují barevné čerchované šipky.

Jak měřit délku i čas stejným metrem?

Záblesk světla (třeba v okamžiku setkání mého prstu s přítelovým) by se rozšířil všemi směry nesmírně rychle. Museli bychom udělat např. miliardu snímků za sekundu; za tu dobu uletí světlo asi 30 cm, čili přesně při setkání bychom měli žlutý bod, na dalším snímku roviny už žlutou kružnici s poloměrem 30 cm, na dalším žlutou kružnici s poloměrem 60 cm atd. Po uložení v hotovém archivu by záznamy světelného záblesku tedy vytvořily široce rozevřený žlutý kužel s vrcholem v místě vzniku záblesku; říká se mu ***světelný kužel***. Říká se tak i dvěma polopřímkám na obě strany, zobrazujícími vlastně řez tohoto kužele vodorovnou rovinou v místě styku našich prstů. Na tomto grafu jsou ovšem prakticky nerozeznatelné od osy x („nekonečné rychlosti“).

Pro studium relativity tedy změníme měřítko tak, aby jednotka času byla stejného rozměru a stejně velká, jako je jednotka délky (např. dobu „rok“ a délku „světelný rok“). Když čas t vynásobíme světelnou rychlostí c, tak veličina ct prostě měří čas dráhou, kterou by za tu dobu urazilo světlo. Bude-li stejné měřítko na obou osách – časové t i prostorové (zde: dráhové) x – pak světočáry světla budou právě půlit úhel mezi nimi. Žlutě „ozářené“ paprsky jsou světočárou světla vyslaného z počátku (ze setkání mne s přítelem). Tvoří tedy náš známý světelný kužel, tentokrát s rozumným vrcholovým úhlem, a to pravým, 90°. „Spodní kužel“ zobrazuje světlo, které by se do našeho setkání naopak „slétlo“. Viz násl. obrázek; odpovídá rychlosti $v = 0{,}6\ c$ mého přítele.



Novinky: jiná současnost, jiný metr pro přátele

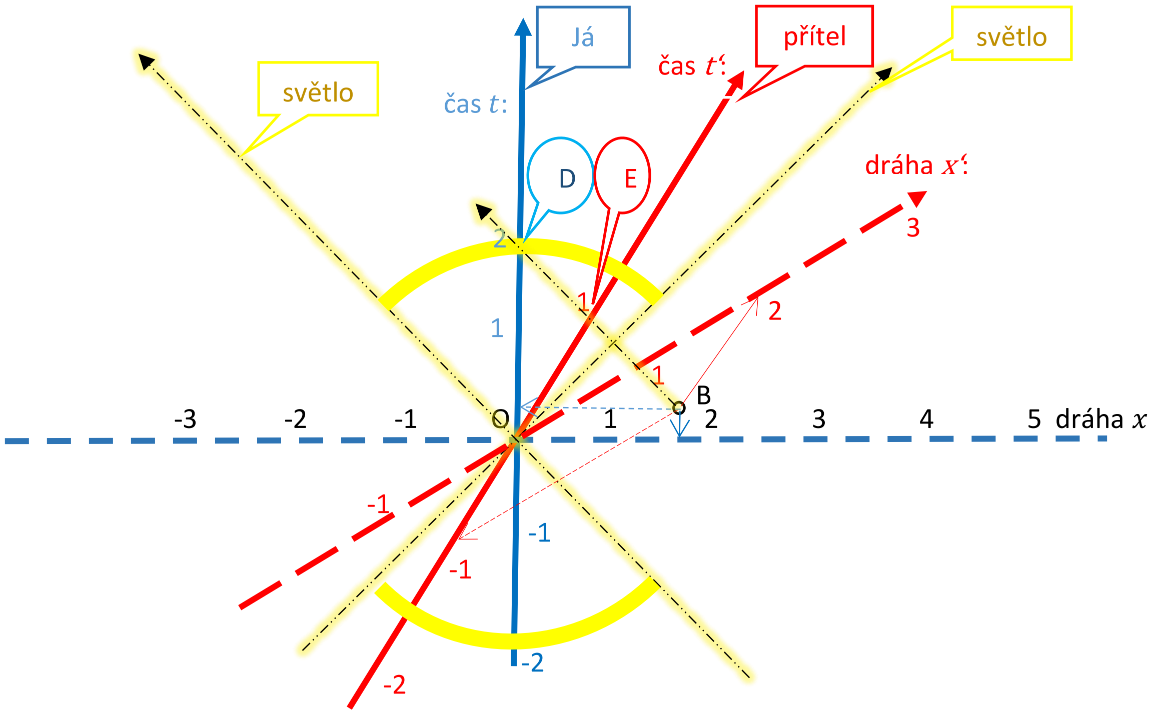
Pak ovšem pro různé světočáry – např. mou modrou x a přítelovu červenou x' – budou i různé osy ct, ct'. To je novinka. Další (a poslední) novinkou je, že sice x i ct mají stejně velké jednotky, ale jiné než x' a ct'. To vše se ale dá pochopitelně matematicky odvodit, a velmi snadno: veličina x' je přímo úměrná veličinám x, t, a rovněž t' je přímo úměrné veličinám x, t. (Je tedy ovšem $t' \neq t$.) Každý bod B na rovině má nějaké souřadnice $[ct;\ x]$ pro mne a jiné $[ct';\ x']$' pro přítele.

Graficky to vypadá tak, že při přechodu k příteli (abych zjistil, kde a kdy tu událost – bod B v rovině – najde on) náš filmový archiv zůstane úplně stejný jako dříve, ale jinak se v něm čte poloha i čas. Obě osy se sevřou či rozevřou o stejný úhel kolem světočar světla, a jednotky se na nich vhodně posunou (leží na rovnoosých hyperbolách). Zejména však ***současnost*** už není vodorovně, ale vždy ***podle čárkované přímky*** (příslušné osy x, kam vynášíme dráhu).

Odkud kam se můžeme pohybovat

Přímky vedoucí z počátku nahoru dovnitř světelného kužele (do žlutého oblouku, tzv. ***absolutní budoucnost***) znázorňují pohyby vpřed podsvětelnou rychlostí; tak pokračuje můj přítel po setkání. Přímky zdola z podobného oblouku (tzv. ***absolutní minulost***) zobrazují příjezdy podsvětelnou rychlostí (tak můj přítel přijel). V něm se také mohou (v principu) pohybovat věci i informace, které mne zastihly v čase 0, a tudy povede pak jejich světočára.

Oblast mezi těmito kuželi se nazývá ***relativní přítomnost***. Body v ní by z počátku O byly dosažitelné jen nadsvětelnou rychlostí, a tak se žádná věc ani informace pohybovat ***nemůže***. Ale ke každému z těchto bodu B odsud jde najít „přítele“ P, který se s námi míjí v počátku, a pro něhož bude B současný s naším setkáním (jak se dodatečně dozví), jiného přítele P‘, pro kterého bude B dřív než O, a ještě jiného P“, pro kterého bude naopak B později než O.



Najděte si v grafu událost označenou bodem B; leží v relativní přítomnosti. Pro mne nastane v čase $ct = 0{,}25$ v místě $x = 1{,}75$ (modré) po setkání (bod O) s přítelem; pro něj však dříve, už v čase $ct' = -1$ v místě $x' = 2$ (červené). Spojnice OB by ale odpovídala nadsvětelné rychlosti, takže o události B v okamžiku setkání nemůže vědět ani přítel, ani já. Kdyby to byl záblesk světla (coby nejrychlejší možná informace), dozvěděli bychom se o ní já ve svém čase $ct = 2$ (bod D), on ve svém čase $ct = 1$ (bod E).

Poznámka ke všem obrázkům zde: jsou kresleny pro rychlost přítele 0,6 *c*, Lorentzův činitel vyjde γ = 5/4. Jsou ale kresleny rukou do Wordu, takže ohledně přesnosti buďte prosím tolerantní. ☺

Nejde to gilotinou rychleji?

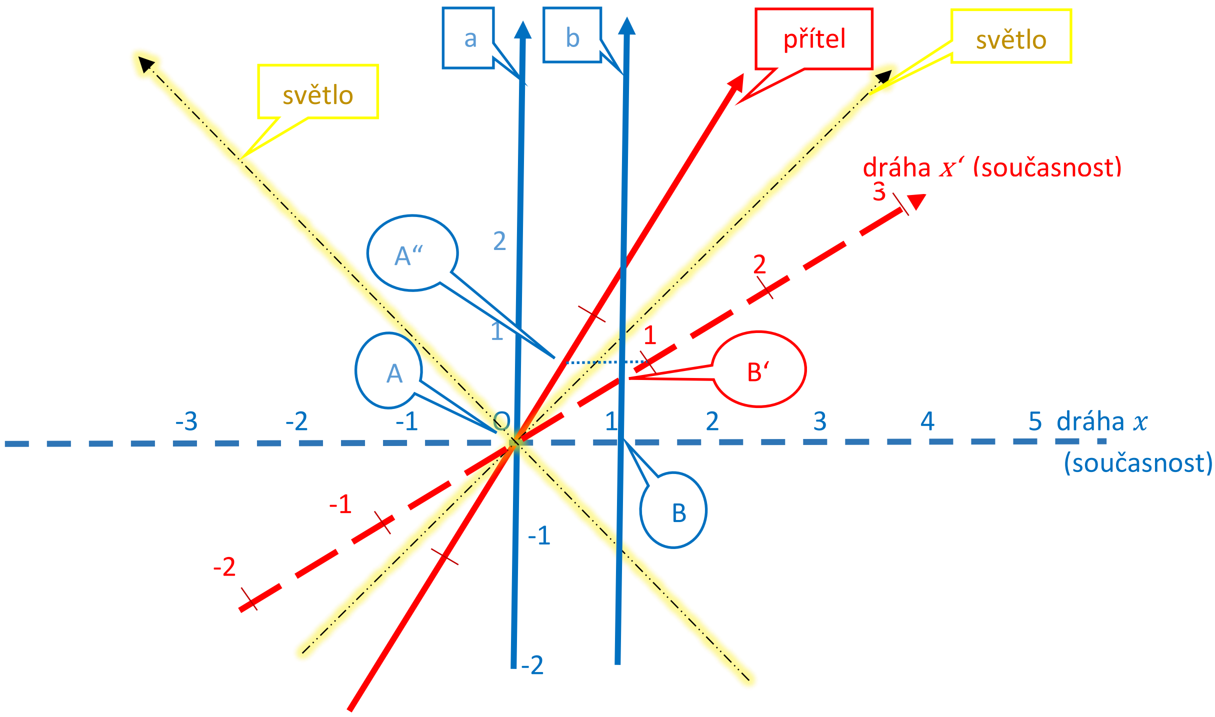
Občas slyšíme, že nadsvětelná rychlost neexistuje. Není to pravda. Jde ji v principu snadno získat. Stačí obyčejná gilotina. Čím menší úhel horního a dolního ostří, tím rychleji se pohybuje myšlený styčný bod, který začíná řezat. S rovnoběžnými ostřími by tedy „přeběhl nekonečnou rychlostí". Bohužel ale není schopen nést žádnou informaci (ani třeba jen typu ANO – NE) od jednoho místa styku k dalšímu. Tam už se stýkají dva úplně jiné kousky obou břitů než ty, které tvořily bod před chvilkou.

Stejně tak dávka z otáčejícího se kulometu způsobí po chvilince letu spršky výbuchů na poli, kam střely dopadnou. Spršky přeběhnou přes pole libovolně rychle (i nekonečně, dopadnou-li náhodou současně). Nepošlete ale po nich žádnou zprávu. Nic z toho, co se děje pod jedním výbuchem, se nepředá do sousedního výbuchu jiné střely jinde.

Takovému jevu, který není schopen přenést informaci, se někdy říká ***ireálný signál***. Může mít rychlost zcela libovolnou.

Zkrácený, kdo spěchá

Leží-li na cestě metrová tyč, mají její kraje světočáry a, b na spodním obrázku. Pro mne jsou její kraje v čase $t = 0$ body A; B (délka = 1), ale pro přítele v čase $t'=0$ jsou to body A, B' (délka 0,8 < 1).

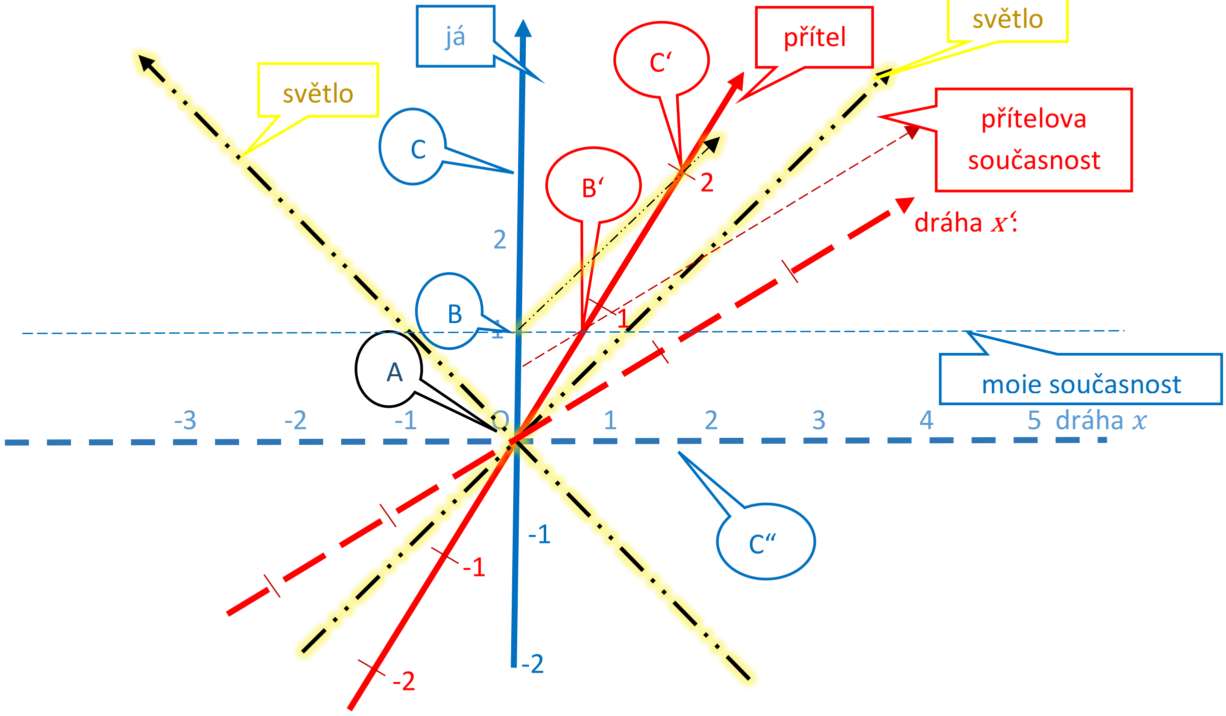


Vnímá ji proto kratší než 1 (Lorentzova „kontrakce délek").

Stejně tak ale já vnímám přítelovu metrovou tyč jako zkrácenou (mé délky 0,8): je to tenká modrá tečkovaná čára vede podle mé současnosti od jeho délkové souřadnice 1 (konec tyče jeho délky 1) k mé A" (má současná poloha začátku jeho tyče), což je mých 0,8.

Pomalu plyne čas tomu, kdo spěchá

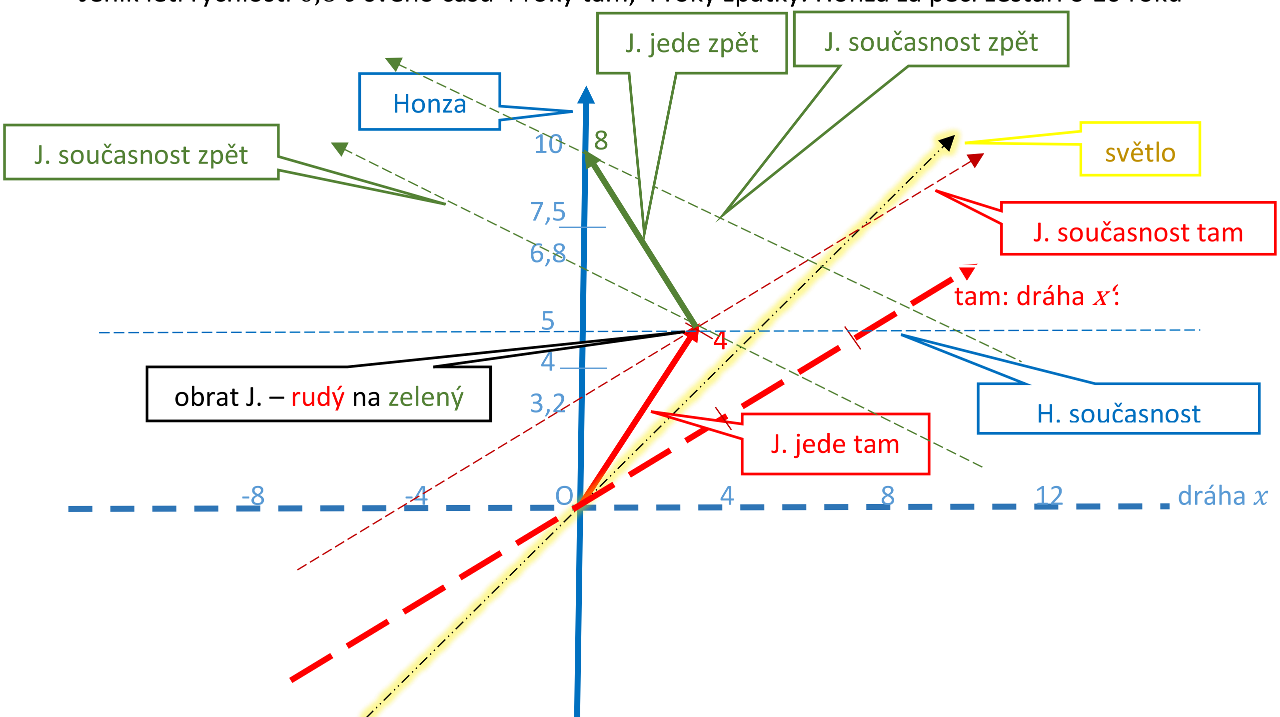
Když moje hodinky ukazují čas t=0 (bod A), shodují se s přítelovými. Ale v mém čase $t = 1$ (v bodě B), je už přítel v bodě B‘, 0,6 přede mnou a má tam čas teprve $t‘ = 0{,}8$. Jeho hodinky jdou pomaleji, než moje (Lorentzova „dilatace času“).



Ovšem on to vidí jinak. Ví, že já pod ním uháním rychlostí $-0{,}6$ zpátky, čili v jeho čase $t‘$ je moje poloha podle něho $x‘ = -0{,}6\ t'$ zpátky. Je už v C‘, když jeho hodinky ukazují čas $t = 2$, a vidí tam patník $C“ = 1{,}5$ a můj čas $C = 2{,}5$. Chytil ale můj signál z bodu B s mým časem 1 vyslaný v jeho čase $t‘$. Z rychlosti světla plyne, že $0 - x‘ = 2 - t'$. Z toho mu vyjde $t‘ = 5/4,\ x' = -3/4$. Můj údaj $t = 1$ oproti $t‘ = 1{,}25$ pro něj znamená, že mé hodiny jdou $0{,}8 \times$ pomaleji než jeho. To, že pozemské hodinky tam ukazují čas $C = 2{,}5$, tedy větší než jeho 2, zdůvodní tím, že naše hodiny nejsou synchronizovány (mají v různých místech jinou současnost, než má on). A protože můj patník tam ukazuje $2{,}5 \times 0{,}6 = 1{,}5$; mám tedy vzdálenosti $1{,}5/2{,}5 = 0{,}8 \times$ kratší než on, jsem pro něj stlačený.

Paradox dvojčat

Jeník letí rychlostí 0,6 c svého času 4 roky tam, 4 roky zpátky. Honza za pecí zestárl o 10 roků



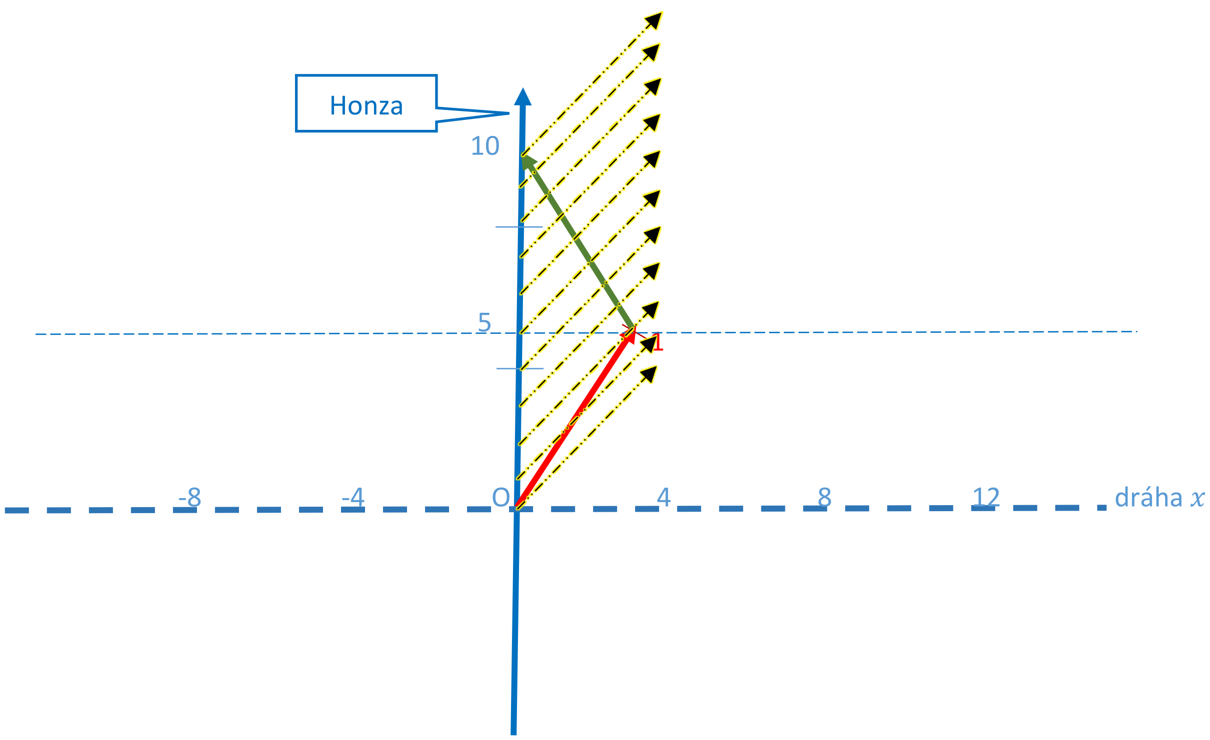
Líný Honza zůstal doma, čiperný Jeník letí rychle (0,6 c) do vesmíru a pak zas zpátky. Vrátí se a zjistí se, že Honza zestárl o 2,5 roků, Jeník jen o 2 roky. (Je to experimentálně ověřeno, viz pozn. pod čarou na 1. stránce). Během letu tam i během letu zpátky platí, že každému z nich plyne čas rychleji, než tomu druhému, „pohybujícímu se“. To bylo ukázáno už výše. Ovšem ***nejsou*** si rovnoprávní, Jeník prožil obrovské zrychlení v době, kdy raketu „přehazoval na zpátečku“. Z hlediska OTR mu uplynula během této otočky pod vlivem obrovského zrychlení jen nepatná doba, zatímco Honza zatím velmi zestárl (o 0,9 roku). Lze to rozebrat i podle STR, lokálně inerciálním systémem, kdy je vidět, jak „čárkovaná osa současnosti“ se během otočky rychle otočí tak, že vykryje dlouhý časový úsek Honzův, od 0,8 do 1,7.

Z hlediska Honzy: Jeník celou cestu tam i celou cestu zpátky stárne pomaleji (jen 4/5, dilatace času), je tedy pochopitelné, že se vrátí mladší.

Z hlediska Jeníka: první půlku letu Honza stárnul pomaleji než Jeník (taky 4/5), ale na Zemi všechny, které potkává, jdou sice *pomaleji* než jeho, ale přitom ukazují vyšší údaj. Mají je zřejmě (z hlediska Jeníka) špatně synchronizované. Během Jeníkovy obrátky se „současnost“ mění: i v druhé půlce všechny hodiny, které potkává, jdou zase *pomaleji* než jeho a přitom ukazují vyšší údaj. Mají je zřejmě opět z hlediska Jeníka špatně synchronizované, jen tentokrát v opačném směru. Honza kdesi v dálce tedy během Jeníkovy otáčky onou synchronizací náhle velice zestárl (o 0,9 roku). Druhou půlku letu sice opět stárne pomaleji než Jeník (taky 4/5), ale nedožene ho – ztráta času během otočky byla příliš vysoká.

„Honza zpravodajce“ (jen pro ty, kdo to chtějí v číslech)

Oba věděli, že ten čas každému poplyne jinak. Jeník byl zvědavý, kde a jak se Honzovi ztratí ten Jeníkův půlrok, resp. Honzových 0,9 roku (mezi 0,8 a 1,7), když sám o sobě Honza musí z hlediska Jeníka stárnout pomaleji. Požádal tedy Honzu, aby Honza za Jeníkem poslal každých 0,25 roku světelný signál se svým časovým údajem. Když Jeníkovi Honzův časový údaj dorazí, stačí od něj odečíst dobu, kterou světlo potřebovalo na cestu (tj. při stejných jednotkách pro dobu a délku vzdálenosti Jeník-Honza), aby Jeník věděl, kolik bylo při vyslání Honzova signálu Jeníkova času. Do minulého grafu přibydou tedy dráhy světelných signálů. Z nich jsou dobře zřejmé obojí časy přijetí Honzových signálů Jeníkem: Honzovy časy vidíme z diagramu, Jeník se obracel svého času po 1 roce, takže hned vidíme jeho časy (a kdo zná Lorentzovu transformaci, snadno si to potvrdí výpočtem).



Jeník letí do obratu 4 roky, Honzova času 5 roků rychlostí 0,6 $c = 3/5\ c$. Doletí až do 3 světelných roků, kde se obrací. Honzovy signály vyslané Honzova času v t_H tedy zachytí v časech t_J Honzova času, t'_J svého času v místech x, (u něj ovšem je stále $x' = 0$):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t_H	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
t_J	0,0	2,5	5,0	5,625	6,25	6,875	7,5	8,125	8,75	9,325	10,0
t'_J	0,0	2,0	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
x	0,0	1,5	3,0	2,625	2,25	1,875	1,5	1,125	0,75	0,375	0,0

Relativistické auto a garáž

Relativisticky rychlé auto projíždí garáží a auto i garáž mají tutéž vlastní délku (tj. délku měřenou ve své klidové soustavě). Když střed auta míjí střed garáže, zableskne světlo (L).

Z hlediska garáže je auto kratší. Pokud ve vhodný okamžik současně zavře a pak otevře obojí vrata, pojede nějakou dobu auto v jeho zavřené garáži. Světlo dorazí ke vjezdu i výjezdu současně.

Z hlediska auta je to ovšem obráceně: garáž krátká a nějakou dobu jede auto skrz ní tak, že má venku současně příď i záď. (Garáž je na auto navlečená jako prstýnek na prstu.) Světlo dorazí k přídi i zádi auta současně.

Rozdíl je v tom, že „současnost“ je jiná pro auto a pro garáž. Je to jasně vidět na grafu: